دوفصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی
سال ۶، شماره ۱۲، پاییزو زمستان ۱۳۹۴، ۱۸۸- ۱۷۳

Journal of Higher Education Curriculum Studies Vol.6, No.12,173-188

ظرفیت‌های بالقوه و موانع استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در آموزش ریاضی دانشگاهی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۱۲/۱۱، **تاریخ ارزیابی:** ۱۳۹۴/۳/۱۳، **تاریخ پذیرش مقاله:** ۱۳۹۴/۶/۶

دکتر ابوالفضل رفیع‌پور[۱]

چکیده: در این مقاله، پس از بیان ضرورت‌های توجه به «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در برنامه درسی ریاضی دانشگاهی، تاریخچه و چرخه‌های مختلف مدل‌سازی در آموزش ریاضی معرفی خواهند شد. در ادامه پژوهش های انجام شده در رابطه با «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در آموزش ریاضی دانشگاهی مرور خواهند شد. سپس جزییات روش شناسی مربوط به استفاده از این رویکرد در تدریس یک درس ریاضی دانشگاهی ارایه خواهد شد. در این راستا یک مسئله مدل‌سازی مستلزم استفاده از مدل ریاضی به ۳۹ از دانشجویان مهندسی ارایه شد و راه حل‌های آنها با توجه به چرخه مدل‌سازی هفت مرحله‌ای مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت. در پایان، پس از ارایه برخی از پاسخ‌های دانشجویان به این سؤال زمینه مدار دنیای واقعی و ارایه یک پاسخ نوعی درست، در رابطه با ظرفیت‌های بالقوه و موانع موجود بر سر راه استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در آموزش ریاضی دانشگاهی بحث خواهد شد.

کلمات کلیدی: کاربرد و مدلسازی، مسایل دنیای واقعی، آموزش ریاضی دانشگاهی.

Potential Capacities and Obstacles of Using “Application and Modeling Approach” in Tertiary Mathematics Education

Dr. Abolfazl Rafiepour

Abstract: In this paper necessity of consideration of “application and modeling approach” in tertiary mathematics education will be introduced. After that history and different cycle of modeling in mathematics education will be explained. In the following, researches which carried on “application and modeling approach” in tertiary level will be reviewed. Then methodological details related to using this approach in teaching a tertiary level mathematics courses will be elaborated. In this regard, a modeling eliciting activity introduced to 39 engineer students and their strategies for solving this problem investigated upon seven steps modeling cycle. Finally, after introducing some of students’ answers to this real world problem and a typical correct answer, potential capacities and obstacles of using “application and modeling approach” in tertiary mathematics education will be discussed.

Key words: Application and Modeling, Real World Problem, Tertiary Level Mathematics Education.

۱. عضو هیئت‌علمی بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان
drafiepour@gmail.com

مقدمه

هنری پولاک[1]، ریاضی‌دان و آموزشگر ریاضی که سال‌های زیادی از عمر خود را در آزمایشگاه مؤسسه بل[2]، به کارهای تحقیقی در حوزه‌های بین‌رشته‌ای پرداخته است، با طرح این سؤال که آموزش ریاضی کامل چیست؟ اهداف آموزش ریاضی را در دوره‌های مختلف تحصیلی، به چالش می‌کشد (پولاک، ۲۰۰۷). با توجه به این که تمرکز مقاله حاضر، بر تدریس ریاضی در سطح دانشگاه است، می‌توان این سؤال را پرسید که به راستی، هدف از تدریس درس‌های ریاضی در دانشگاه و برای رشته‌های مختلف، چیست؟ برای پاسخ‌گویی به این سؤال، لازم است که آن را برای دانشجویان رشته ریاضی و غیرریاضی، به طور جداگانه مطرح کرد.

پاسخ به این سؤال که هدف از تربیت دانشجویان در ریاضی چه می‌تواند باشد، از اهمیت زیادی برخوردار است. آیا انتظار داریم همه آنها در دانشگاه‌ها و در نظام آموزشی، به عنوان معلم و محقق جذب شوند؟ در این حالت، اولین سؤالی که به ذهن متبادر می‌شود این است که تا چه اندازه می‌توان فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی را در مشاغل آموزشی، چه در دانشگاه و چه در آموزش عمومی به کارگرفت؟ طبیعی است که نمی‌توان انتظار داشت که همه فارغ‌التحصیلان دانشگاهی در رشته ریاضی، جذب دانشگاه‌ها و نظام آموزشی شوند، چرا که در نقطه‌ای از زمان، تعداد این فارغ‌التحصیلان به حدی زیاد می‌شود که دیگر امکان جذب آنها وجود ندارد. همان‌طور که هم‌کنون نیز در کشورمان، شاهد بروز این پدیده هستیم. در مورد دانشجویان رشته‌های غیرریاضی، می‌توان این سؤال را پرسید که هدف از ارائه و گذراندن درس‌های ریاضی برای آنها چیست؟ اگر هم که آن‌ها، درس‌های ریاضی را می‌گذرانند تا با کاربردهای ریاضی در علوم و مهندسی آشنا شوند، شواهد موجود نشان می‌دهند که به کاربردها و مدل‌سازی در کلاس‌های درس و کتاب‌های درسی ریاضی دانشگاهی، کمتر توجه شده است.

با استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در فرآیند یاددهی و یادگیری ریاضی می‌توان انتظار داشت، فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی، جذب بازار کار شوند و فارغ‌التحصیلان رشته‌های دیگر-

---

1 -Henry Pollak
2 -Bell Lab

مانند رشته های فنی مهندسی- می‌توانند هم‌زمان با گذراندن درس ریاضی در دانشگاه، با کاربردهای واقعی ریاضی نیز آشنا شوند.

تمرکز اصلی مقاله حاضر، معرفی این رویکرد و آشنایی با نحوه استفاده از این رویکرد در فرآیند یاددهی-یادگیری یک درس در حوزه جبرخطی برای دانشجویان غیرریاضی است. برای این منظور، ابتدا تاریخچه کاربرد و مدل‌سازی در آموزش ریاضی بیان می‌شود. در ادامه، چرخه‌های مدل‌سازی متنوعی که در این حوزه استفاده می‌شوند، معرفی خواهند شد. بعد از آن، جزییات روش‌شناسیِ مرتبط با به کارگیری «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در تدریس یک درس مربوط به جبرخطی برای دانشجویان رشته‌های غیرریاضی، مطرح خواهند شد. در ادامه، نتایج مربوط به کار گروهیِ دانشجویان در حل یک مسئله زمینه‌مدارِ دنیای واقعی گزارش می‌شود. در پایان، مزیت ها و موانع استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در تدریس درس‌های ریاضی دانشگاهی، مورد بحث قرار خواهد گرفت.

۱. تاریخچه کاربرد و مدل‌سازی

تا اوایل قرن نوزدهم، ریاضیات جزیی از علوم تجربی بود و شامل بسیاری از فعالیت‌های کاربردی می‌شد. از اوایل قرن نوزدهم به بعد، توجه زیادی به آموزش ریاضی به عنوان یک علم محض شد (نیس، ۱۹۹۶). سپس از اواخر قرن نوزدهم، بیشتر برنامه‌های درسیِ ریاضی، بر روی هر دو مؤلفه ریاضی محض و ریاضی کاربردی تأکید کردند. اما در طول قرن بیستم، برنامه درسی ریاضی، همواره بین این دو وضعیت –ریاضی کاربردی و ریاضی محض- در حال نوسان بوده است. در طول زمان، گاهی تعادل به نفع آموزش ریاضی به شکل محض بوده و گاهی به نفع ریاضی کاربردی بوده است. این تغییراتِ پی‌درپی، بر اساس تمایلات اجتماعی و تغییرات مختلف در نیازمندی‌های آموزشی و یادگیری دانش‌آموزان/دانشجویان بوده است. به طور مثال در انگلستان، صاحبان صنایع مدعی بودند که فارغ‌التحصیلان مدرسه/دانشگاه، در استفاده از دانش ریاضی خود، در موقعیت‌های دنیای واقعی ناتوان هستند (پولاک، ۲۰۰۷). در واقع، اعتراض صنایع به این دلیل بود که فارغ‌التحصیلان، فقط قادر بودند از دانش ریاضی خود برای حل مسایل معمولی و آشنا استفاده نمایند و نمی‌توانستند دانش خود را برای حل مسایل ناآشنا، به کار ببرند.

همین موضوع یعنی توانایی به کارگیری ریاضی در موقعیت‌های دنیای واقعی، بعدها تبدیل به تمرکز پژوهشیِ گروهی از پژوهشگران آموزش ریاضی در دنیا شد. این پژوهشگران در سال ۱۹۸۳، با برگزاری اولین کنفرانس دوسالانه خود «گروه مطالعاتی بین‌المللی برای تدریس مدل‌سازی ریاضی و کاربردها[1]» را پایه گذاری کردند. در حال حاضر هفده دوره از این کنفرانس‌ها برگزار شده است و این گروه، یکی از گروه‌های پژوهشی وابسته به «کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی[2]» است.

موضوعات پژوهشیِ مورد بحث در گروه مطالعاتی بین‌المللی برای تدریس مدل‌سازی ریاضی و کاربردها، طیف وسیعی از موضوعات ریاضی را از دوره ابتدایی تا درس‌های ریاضی دانشگاهی، در بر می‌گیرد. یکی از موضوعاتی که در حوزه پژوهش‌های دانشگاهی بیشتر مورد توجه بوده، استفاده از رویکرد مدل‌سازی و کاربرد برای تدریس درس جبرخطی است. در مقاله حاضر نیز، مثالی از یک فعالیت دنیای واقعی ارائه که می‌شود که حل آن، مستلزم استفاده از مفاهیم جبرخطی است.

از گذشته تاکنون، تعبیرهای متنوعی برای مدل‌سازی و کاربرد وجود داشته است. ولی تعبیری که بیش از همه مورد توافق است، تعبیر فرشافل[3] (۲۰۰۲) است که از سایرین، ساده‌تر است و معمولاً برای آموزش افراد مبتدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این چرخه شامل چهار مرحله است که در آن، فرآیند مدل‌سازی با یک مسئله که در موقعیت دنیای واقعی قرار دارد، شروع می‌شود. سپس مسئله دنیای واقعی، به یک مسئله ریاضی در دنیای ریاضی تبدیل می‌شود (صورت‌بندی). این مسئله، در دنیای ریاضی حل شده و در ادامه، جواب به دست آمده در دنیای ریاضی، به دنیای واقعی برده می‌شود تا با زمینهٔ واقعی مسئله، متناسب شود (تفسیر). در پایان، جواب به دست آمده با موقعیت واقعی مسئله مقابل می‌شود تا در صورت لزوم، این چرخه مدل‌سازی، تکرار شود (وارسی کردن). به‌منظور درک بهتر این فرآیند، اجزای آن در شکل شماره ۱ نشان داده شده است.

---

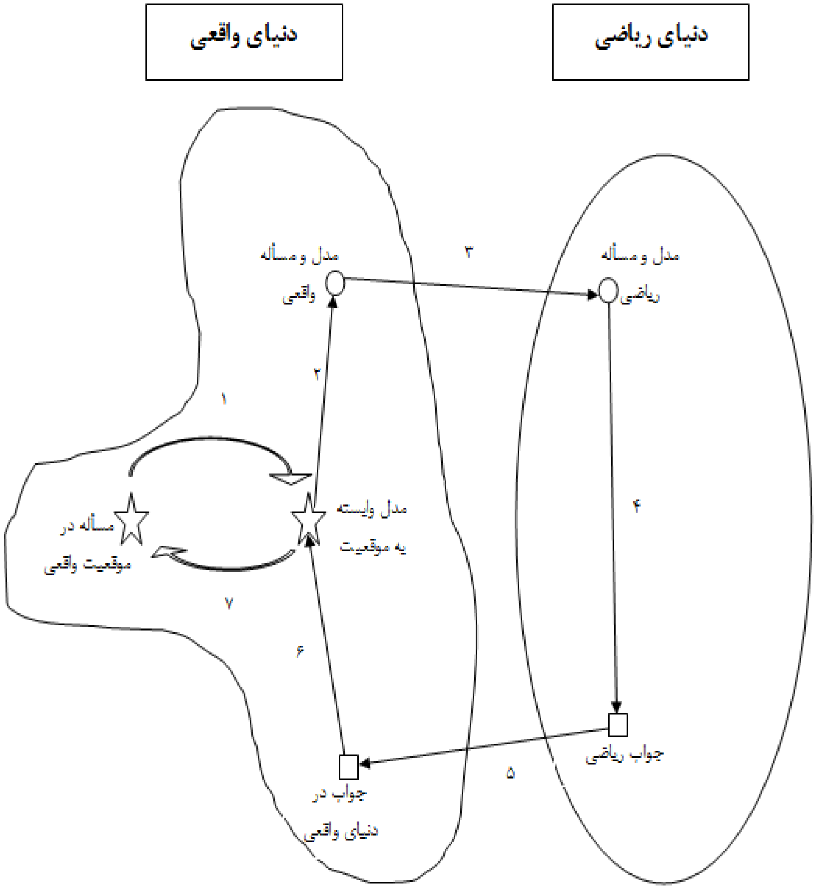
[1] - The International Study Group for the Teaching of Mathematical Modeling and Applications (ICTMA)

[2] - International Commission of Mathematics Instruction (ICMI)

[3]- Verschaffel

شکل ۱. چرخه فرآیند مدل‌سازی (فرشافل، ۲۰۰۲)

در پژوهش‌های مختلف مربوط به حوزه مدل‌سازی، از چرخه‌های کم و بیش متفاوتی متناسب با اهداف پژوهش، استفاده می‌شود. مراحل اصلی این چرخه‌ها یکسان هستند و در همه آنها، چهار مرحله اصلی چرخه مدل‌سازی که در شکل ۱ آمده است، وجود دارند. چرخه مدل‌سازی چهار مرحله‌ای که ساده‌تر است، معمولاً برای آموزش دانش‌آموزان و افراد مبتدی استفاده می‌شود و برای آموزش معلمان و سطوح بالاتر، عموماً از چرخه‌های پیچیده‌تری استفاده می‌شود. یک نمونه از چرخه‌های پیچیده‌تر در پژوهش بروموفری (۲۰۰۶) آمده است. این چرخه پیچیده، شامل هفت مرحله است و با یک مسئله در دنیای واقعی شروع می‌شود. اولین گامِ این چرخه، شامل «ساختن یک تصویر ذهنی» (گام ۱ در چرخه شکل ۲) از موقعیت است که الزاماً، برای دانشجویان، بدیهی نیست. نتیجه این مرحله، دست یافتن به مدل «موقعیت- مدار» یا مدل «وابسته به موقعیت» است. سپس این مدل ساده‌تر می‌شود و شرایط به طور ایده‌آل، فرض می‌شوند – مثلاً در نظر گرفتن زمین به عنوان یک کره- و تمام مفروضات، دوباره ساختاربندی می‌شوند (گام ۲ در چرخه شکل۲) تا «مدل واقعی» به دست آید.



شکل ۲: هفت گام فرآیند مدل‌سازی در قالب یک چرخه (بروموفری، ۲۰۰۶)

در ادامه، این مدل واقعی طی فرآیند صورت‌بندی- ریاضی‌وار کردن- (گام ۳ در چرخه شکل۲)، تبدیل به یک «مدل ریاضی» می‌شود و در دنیای ریاضی، با استفاده از روش‌های حل مسئله (گام ۴ در چرخه شکل۲)، یک جواب ریاضی‌وار برای مسئله ارائه می‌گردد. بالاخره در گام بعدی، جواب به دست آمده در دنیای ریاضی، در دنیای واقعی تفسیر می‌شود (گام ۵ در چرخه شکل ۲) و در گام بعدی، جواب به دست آمده در دنیای واقعی، با مدل موقعیت‌مدار اعتباربخشی می‌گردد (گام ۶ در چرخه شکل ۲). در نهایت، جواب به دست آمده در دنیای واقعی، با موقعیت اصلی مسئله مقابله می‌شود (گام ۷ در چرخه شکل ۲) تا معنادار بودن پاسخِ به دست آمده، مورد

بررسی قرار گیرد. چنان‌چه آن پاسخ معنادار نبوده یا با مفروضات مسئله سازگار نباشد، آن‌گاه چرخه مدل‌سازی با مفروضات جدید، ممکن است مجدداً تکرار گردد.

در مطالعه حاضر از چرخه پیچیده‌تر هفت مرحله‌ای بروموفری (۲۰۰۶) استفاده شده چرا که برای حل مسئله زمینه‌مدار مربوط به دنیای واقعی، ساخت مدل «وابسته به موقعیت» اهمیت زیادی داشت.

۲. مرور ادبیات پژوهشی

السینا[1] (۲۰۰۷) آموزشگر ریاضی اسپانیایی، دو ویژگی مثبت را برای لزوم استفاده کردن از زمینه‌های دنیای واقعی در تدریس درس‌های ریاضی، افزایش انگیزش و میزان درگیری دانشجویان می‌داند. او استفاده از رویکرد «کاربرد و مدل‌سازی» را در تدریس درس‌های مختلف ریاضی دانشگاهی، ضروری می‌داند و معتقد است که استفاده از این رویکرد، هم برای دانشجویان ریاضی و هم برای دانشجویان رشته‌های غیرریاضی، مفید است. در مورد دانشجویان رشته ریاضی، اگر دانشجو بخواهد در شاخه «ریاضی محض[2]» ادامه بدهد، باید کاربردهای اساسی ریاضی مانند آمار و محاسبات را بدانند و اگر دانشجو بخواهد در حوزه «ریاضی کاربردی[3]» وارد شود، می‌توانند انگیزه‌ها و جهت‌گیری‌های خود را از طریق دنبال کردن مباحث مطرح شده در کلاس‌های مدل‌سازی، دنبال نمایند. حتی اگر قرار باشد دانشجو در آینده معلم ریاضی شود، مقداری پیش زمینه در حوزه مدل‌سازی و کاربرد، در آینده شغلی‌اش، مفید خواهد بود. علاوه بر این‌ها، می‌توان گفت: تدریس مدل سازی و کاربرد برای ریاضی‌دان‌های آینده هم ضروری است زیرا به آنها، در توسعه تفکر ریاضی، پرورش خلاقیت و استفاده از شهود، کمک خواهد کرد.

ریاضیدان‌های آینده را می‌توان به گونه‌ای آموزش داد که برای کار در صنعت آماده شوند. نمونه‌ای از این نوع آموزش‌ها، «سمینار آکسفورد» است. سمینار آکسفورد در سال ۱۹۶۸ شروع شد و در آن، افرادی از صنایع خصوصی یا دولتی در انگلستان، مسایل عملی خود را به دانشگاه

[1] - Alsina
[2] Pure Mathematics
[3] Applied Mathematics

می‌آوردند. آن ها به همراه برخی از استادان ریاضی و بعضی از دانشجویان تحصیلات تکمیلی، یک هفته کامل را صرف حل آن مسایل می‌کردند. نتیجه این بود که یک سوم از آن مسایل کاملاً حل می‌شدند و یک سوم از آن مسایل نیز، به طور جزیی حل می‌شدند. برای باقی مسایل هم راه‌حلی پیدا نمی‌شد. همین باعث شد که تعدادی از فارغ‌التحصیلان، شغل‌های خوبی در صنایع به دست آوردند.

کریستوبال- اسکولاته و وارگاس- آلجو[1] (۲۰۱۳)، با استفاده از یک مسئله زمینه‌مدار دنیای واقعی، دانش ریاضی دانشجویان دوره کارشناسی و توانایی به کارگیری این دانش را برای حل یک مسئله مدل‌سازی که مستلزم استفاده از جبرخطی بود، مورد مطالعه قرار دادند. آنها تحقیق خود را با سه گروه از دانشجویان در سه بازه زمانی مختلف و طی سال‌های ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۰ انجام دادند و در مجموع، عملکرد ۳۶ دانشجو را مورد مطالعه قرار دادند. عملکرد دانشجویان در حل مسئله مدل‌سازی نشان داد که فقط تعداد کمی از گروه ها توانستند به دستگاه چند معادله و چند مجهول برسند و هیچ یک از گروه‌ها، نتوانستند دستگاه معادلات خطی را حل کنند و به جواب برسند.

علاوه بر اینها، شونفیلد (۲۰۰۷) نیز در مقاله خود، با برشماری ظرفیت‌های بالقوه «تکالیف مدل‌سازی مستلزم استفاده از مدل ریاضی[2]»، به ویژگی‌ها و اصول این نوع تکلیف‌ها اشاره نموده و استفاده از آنها را برای رشته‌های مختلف علوم تجربی و علوم مهندسی، مناسب می‌داند. «تکالیف مدل‌سازی مستلزم استفاده از مدل ریاضی»، از نوع فعالیت‌هایی است که در آن، دانشجویان برای خلق کردن و ارزیابی مدل‌های ریاضی، تشویق می‌شوند. معمولاً این نوع فعالیت-ها یا تکلیف‌ها، به صورت مسایل باز- پاسخ[3] طراحی می‌شوند و دانشجویان را برای ساختن مدل‌های ریاضی، در راستای حل مسایل پیچیده دنیای واقعی به چالش می‌کشند. «تکالیف مدل‌سازی مستلزم استفاده از مدل ریاضی»، معمولاً به ریاضیات سطح بالایی نیاز دارند و در حوزه‌های نزدیک به ریاضی و علوم و کسب‌وکار، طراحی می‌شوند. نمونه‌ای از این مسایل که در

[1] Cristobal-Escalante & Vargas-Alejo.
[2]- Model Eliciting Activity (MEA)
[3] Open- ended Problem

آن، از یک مدل مبتنی بر مفاهیم جبرخطی برای حل مسئله استفاده می‌شود، در شکل ۳ آمده است.

از جمله پژوهش‌های انجام شده بر اساس «تکالیف مدل‌سازی مستلزم استفاده از مدل ریاضی»، می‌توان به پوسانی، تریگیورس، پریسیادو و لوزانو (۲۰۱۰) اشاره کرد که مقاله‌ای را در مجله بین‌المللی جبرخطی و کاربردهای آن[1] به چاپ رسانده‌اند که یکی از مقالات پر بازدید این مجله نیز هست. آنها مسئله زمینه‌مدار مربوط به ترافیک و کنترل عبور و مرور را به چهار گروه از دانشجویان در رشته های مختلف (شامل اقتصاد، مدیریت، مهندسی و علوم اجتماعی) دادند و رفتار حل مسئله آنها را با استفاده از اصول شش‌گانه لش[2]، مورد بررسی قرار دادند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که اکثر دانشجویان، قادر به تشخیص متغیرها نبودند و معمولاً به دنبال راه حل‌های فوری عددی برای مسئله بودند و بازنمایی‌های گرافیکی هم که استفاده کرده بودند، به طور مستقیم با مسئله مرتبط نبود.

لارسون (۲۰۱۰) نیز پژوهشی را به منظور دسته‌بندی و مشخص کردن استراتژی‌های حل مسئله گروهی از دانشجویان طراحی کرد. او بررسی خود را بر اساس دیدگاه مدل و مدل‌سازی شکل داد و در پژوهش خود از یک «تکلیف مدل‌سازی مستلزم استفاده از مدل ریاضی» با زمینه جبرخطی استفاده کرد. دانشجویان مورد مطالعه او، پیشینه خوبی در ریاضی داشتنند، به گونه‌ای که درس‌های ریاضی عمومی ۱ و ۲ را گذرانیده بودند و درس جبرخطی دانشگاهی را گرفته بودند. در مطالعه لارسون (۲۰۱۰)، چهار گروه دانشجویی (هر گروه شامل ۲ تا ۳ نفر) شرکت داشتند. همه این گروه‌ها، استراتژی های مشابهی را برای حل مسئله زمینه‌مدار که بر اساس مفاهیم جبر خطی حل می‌شد، به کار گرفتند.

۳. روش تحقیق

در پژوهش‌هایی که از رویکرد مدل‌سازی و کاربردها در آموزش ریاضی استفاده می‌کنند، از فعالیت‌های مختلفی استفاده می‌شود. در پژوهش حاضر، از یک فعالیت موسوم به «تکلیف

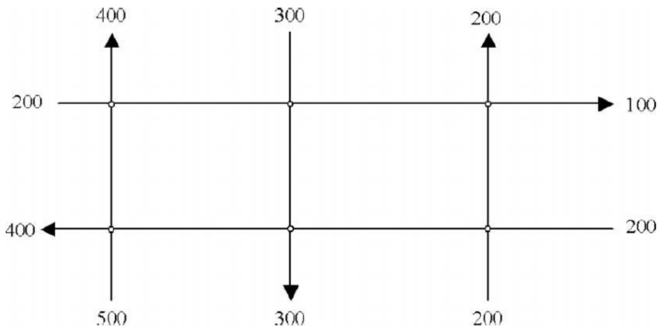
---

[1] - Linear Algebra and its Applications
[2] - Lesh

مدل‌سازی مستلزم استفاده از مدل ریاضی»، استفاده شد. این فعالیت/ مسئله، مربوط به ترافیک یک شهر است و در شکل ۳، با جزییات بیشتری بیان شده است. این مسئله با تغییر زمینه مربوط به آن و درج اطلاعات خیابان‌های شهر محل زندگی دانشجویان، به ۳۹ دانشجوی رشته-های مهندسی عرضه شد. این دسته از دانشجویان، با مباحث جبرخطی از دوره دبیرستان آشنا بودند و در کلاس درس ریاضی دانشگاهی خود نیز، مباحث مربوط به حل دستگاه معادلات خطی را مطالعه کرده بودند.

از دانشجویان شرکت‌کننده در مطالعه حاضر خواسته شد تا به صورت گروهی، در مورد مسئله مطرح شده در شکل ۳، فکر کنند و پس از نوشتن پاسخ‌هایشان در برگه مربوط به گروه خود، نتایج کارشان را به کلاس ارائه نمایند. مسئله مطرح شده در شکل ۳ نیز با استفاده از روش‌های درس «جبرخطی»، قابل حل است. یک راه حل نوعی برای این مسئله در بخش بعدی (نتایج) آمده است. فرآیند حل مسئله و ارائه راه حل‌های دانشجویان، در دو جلسه ۲ ساعتی انجام شد.

شکل ذیل، طرح دو خیابان پر رفت و امد را در یک محدوده تجاری شهر، نشان می‌دهد. مرکز کنترل ترافیک شهر، حس‌گرهایی را برای شمارش اتومبیل‌های عبوری از یک نقطه مشخص، در جاهای مختلف نصب کرده است. بردارها جهت خیابان را نشان می‌دهند. تعداد اتومبیل‌های عبوری نیز در شکل آمده است. در هر تقاطع، یک میدان وجود دارد. در ضمن، اتومبیل‌ها حق پارک کردن کنار خیابان را ندارند. با این که در شرایط عادی، عبور و مرور در این دو خیابان با حالت عادی جریان دارد، ولی مرکز کنترل ترافیک علاقه‌مند است امکان‌های موجود را برای تغییر برخی از مسیرها (مثلا بستن یک یا چند خیابان به دلیل برپایی بعضی مراسم خاص)، بررسی نماید.



با توجه به توضیحات ارائه شده در بالا، به سؤال‌های زیر، پاسخ دهید.

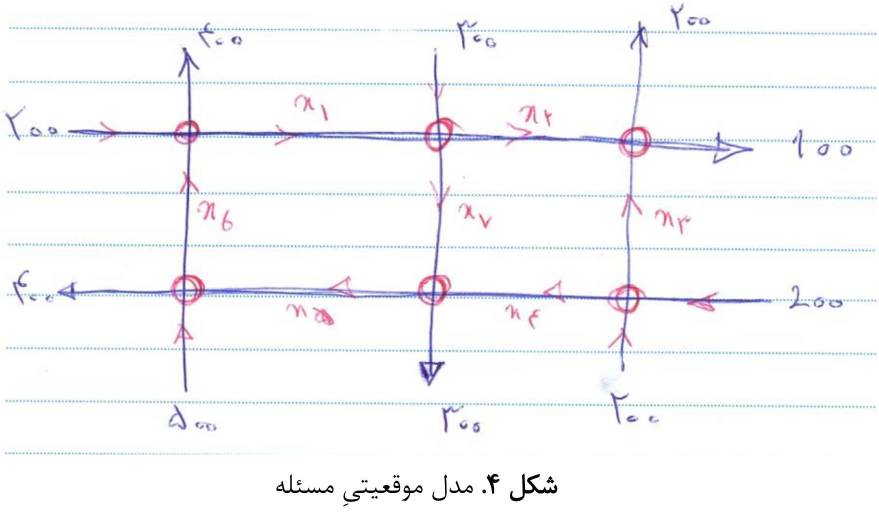
- آیا می‌توان یکی از راه‌هایی را که بین دو میدان هستند، به طور موقت بست؟ اگر بله، کدام راه را می‌توان و کدام را نمی‌توان بست؟
- مرکز کنترل ترافیک قصد دارد مسیر عبور و مرور اتومبیل‌ها را با بستن برخی از جاده‌ها تغییر دهد. این مرکز با نصب برخی علایم در ابتدای هر جاده، این کار را انجام می‌دهد. چه تعداد از این علایم مورد نیاز است؟ آیا می‌توان از این علایم، در ابتدای هر جاده استفاده کرد؟ آیا روشی برای انتخاب این علایم جاده‌ای وجود دارد که ارزیابی جریان عبور و مرور را ساده‌تر کند؟
- آیا مدلی که ارائه کرده‌اید، با محدویت عبورِ حداکثر ۲۰۰ خودرو در هر ساعت و در هر خیابان، سازگار است؟ اگر چنین نیست، شما چگونه مدل قبلی خود را جرح و تعدیل می‌کنید تا این محدویت جدید را در نظر بگیرید؟

شکل ۳: مسئله زمینه مدار دنیای واقعی مربوط به جریان عبور و مرور شهری (به نقل از پوسانی، تریگیورس، پریسیادو و لوزانو، ۲۰۱۰)

ابزار جمع‌آوری داده‌ها، شامل پاسخنامه دانشجویان به حل مسئله شکل شماره ۳، یادداشت‌های میدانی و مصاحبه بود. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، از مراحل ۷ گانه چرخه مدل‌سازی و طبقه‌بندی پاسخ‌ها استفاده شد.

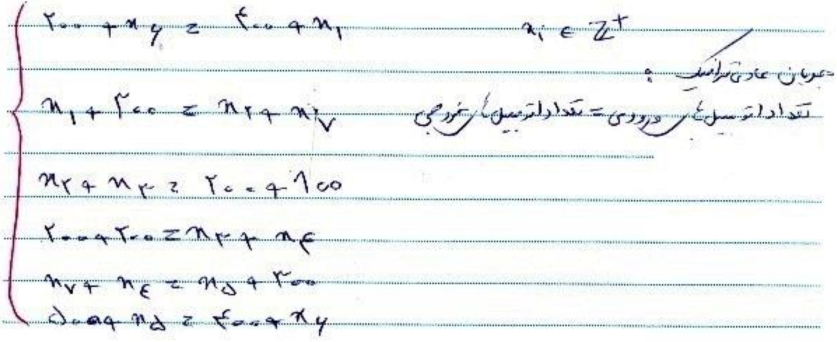
۴. نتایج

یک پاسخ نوعیِ[1] درست به مسئله ترافیک که در شکل ۳ مطرح شده، این است که هر کدام از نقاط تقاطع خیابان‌ها را به صورت فرضی، به عنوان یک میدان در نظر بگیریم. سپس تعداد اتومبیل‌های ورودی و خروجی را در هر میدان فرضی بنویسیم و هر جایی که تعداد اتومبیل ها را نمی دانیم، مقدار آن را با یک متغیر مشخص می‌کنیم (شکل ۴). طبیعتاً تعداد اتومبیل‌های ورودی و خروجی باید با هم برابر باشند. بنابراین، به یک معادله می‌رسیم. به این ترتیب، یک دستگاه معادلات خطی (شش معادله - شش مجهول) که در شکل ۵ آمده است، تشکیل می‌شود. سپس این دستگاه معادلات را به شکل ماتریسی تبدیل کرده و از طریق بالامثلثی نمودن ماتریس ضرایب دستگاه، مقادیر مجهول را مشخص می‌کنیم و به این ترتیب، می‌توان به بندهای مختلف مسئله مطرح شده در شکل ۳، پاسخ داد.



شکل ۴. مدل موقعیتیِ مسئله

[1] Representative



شکل ۵. دستگاه معادلات خطی

از بین نُه گروه دانشجویی که روی این مسئله کار می‌کردند، تنها دو گروه توانستند به ایده تشکیل دستگاه معادلات خطی دست پیدا کنند. اما این کار هم به طور ناقص انجام شد و به حل دستگاه معادلات خطی منجر نشد. در واقع این دو گروه از دانشجویان، در مرحله اول چرخه مدل‌سازی هفت مرحله‌اِی بروموئوفری (۲۰۰۶) باقی ماندند و نتوانستند به مراحل بعدی بروند. دو گروه دیگر نیز در این مسیر گام برداشتند، اما نتوانستند معادله درست را تشکیل بدهند. در واقع، آنان تلاش کردند به مرحله اول چرخه مدل‌سازی هفت مرحله‌ای بروموئوفری (۲۰۰۶) برسند، ولی تلاششان کافی نبود. پنج گروه از دانشجویان نیز تلاش کردند با استفاده از توصیف‌های زبانی، مسئله را حل کنند، ولی با گفتمان ضعیفی که در گروه‌هایشان و در حین انجام کار گروهی وجود داشت، راه حل‌های درستی برای مسئله ترافیک، ارائه نشد. این دسته از دانشجویان قصد داشتند یک پاسخ عددی فوری برای مسئله پیدا کنند و به طور مستقیم، سراغ مرحله چهارم از چرخه مدل‌سازی هفت مرحله‌ای بروموئوفری (۲۰۰۶) رفتند و مراحل اول تا سوم را نادیده گرفتند. این گروه‌ها، مسیر نادرستی را برای حل مسئله در پیش گرفتند و در حقیقت، فعالیت‌هایشان، مصداق «آب در هاون کوبیدن[۱]» بود.

دانشجویان طی مصاحبه‌ها، مراتب رضایت‌مندی خود را از درگیر شدن در این‌گونه فعالیت‌ها که مستلزم حل یک مسئله از دنیای واقعی است، ابراز می‌کردند. آنها اگرچه نتوانسته بودند مسئله را به درستی حل نمایند، ولی معتقد بودند چنانچه بیشتر با این گونه مسایل آشنا شوند؛ در موقعیت های مشابه، می‌توانند عملکرد بهتری داشته باشند.

[1] Chasing wild goose

۵. بحث و نتیجه‌گیری

همان طور که نتایج نشان دادند، گروه‌های دانشجویی گوناگون، از فرآیندها، روش‌ها و بازنمایی‌های مختلفی برای پاسخ‌گویی به مسئله ترافیک، استفاده کردند. برخی از آنها بازنمایی جبری را ترجیح دادند، در حالی که برخی دیگر، استفاده از جدول را به عنوان بازنمایی مناسب در مسیر حل مسئله انتخاب کردند.

این در حالی است که استفاده از این رویکرد در تدریس مفاهیم ریاضی دانشگاهی، مانند سایر رویکردها، دارای مزایا و معایب خاص خود است. یک از مهم‌ترین محدودیت‌های استفاده از این روش، وقت‌گیر بودن آن است. از دیگر ایرادهای این روش این است که استفاده از آن برای مدرس، کار مشکلی است چرا که نقش وی در این رویکرد، پیچیده‌تر از روش‌های تدریس سنتی خواهد بود. برخی از دانشجویان نیز با این رویکرد که در آن، از یک مسئله دنیای واقعی به منظور شروع درس استفاده می‌شود، راحت نیستند و روش سنتی را بیشتر می‌پسندند.

اما در کنار این محدودیت‌ها که در نگاه نخست، تأمل‌برانگیز است، برخی مزایا را نیز می‌توان برای استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» برای تدریس مفاهیم ریاضی در کلاس‌های درسی ریاضی دانشگاهی برشمرد. با استفاده از این روش، ریاضی برای دانشجویان (به خصوص دانشجویانی که رشته تحصیلی‌شان ریاضی نیست)، معنادارتر می‌شود و همین، به درک بهترشان از نقش ریاضی در پدیده‌های دنیای واقعی، کمک می‌کند. پژوهش‌های متعددی نشان داده‌اند که استفاده از این رویکرد، موجب بهبود عملکرد دانشجویان در حل مسایل دنیای واقعی خواهد شد (نیس، بلوم و گالبرایت، ۲۰۰۷). استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» تدریس مفاهیم ریاضی در کلاس‌های درسی ریاضی دانشگاهی، سبب ارتقای سطح انگیزش دانشجویان نیز می‌شود و نگرش آنها را به ریاضی، تغییر می‌دهد (کیزر، ۲۰۰۷). در مطالعه حاضر نیز، نگاه دانشجویان نسبت به سودمندی ریاضی، تغییر کرد.

منابع

Alsina, C. (2007). Teaching application and modeling in tertiary level. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss (Eds.), *Modeling and applications in mathematics education, the 14th ICMI study* (pp. 469-474). New York: Springer.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of Phases in the modeling process. *Zentralblatt fur Didaktik Mathematik*, 38 (2), 86-95.

Cristobal-Escalante & Vargas-Alejo. (2013). the Development of Mathematical Concept Knowledge and of the Ability to Use this Concept to Create a Model (Ch. 44). In Gloria Ann Stillman, Gabriele Kaiser, Werner Blum, Jill P. Brown (Eds.). *Teaching Mathematical Modeling: Connecting to Research and Practice*. Springer, pp: 511-525.

Kaiser, G. & Maab, K. (2007). Modeling in Lower Secondary Mathematics Classroom — Problems and Opportunities. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.), *Modeling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14*, (pp. 99-108). New York: Springer.

Larson, C. (2010). Modeling and Quantitative reasoning: the Summer Job Problem. In R. Lesh et al. (eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies.* (pp. 111-118). New York: Springer.

Niss, M. (1996). Goals of Mathematics Teaching. In Bishop, A., Clement, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Laborde, C., (Eds.). *International Handbook of Mathematical Education*. (pp. 11-47). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Niss, M. Blum, W. Galbraith, P. (2007). Part 1: Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.), *Modeling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14*, (pp. 3-32). New York: Springer.

Pollak, H. (2007). Mathematical modeling – A conversation with Henry Pollak. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss (Eds.), *Modeling and applications in mathematics education, the 14th ICMI study* (pp. 109-120). New York: Springer.

Possani, E. Trigueros, M. Preciado, J.G. & Lozano, M.D. (2010). *Linear Algebra and its Application*, vol. 432, pp. 2125-2140.

Schoenfeld, M. (2013). Extending Model Eliciting Activities (MEAs) beyond Mathematics Curricula in Universities (Ch. 49). In Gloria Ann Stillman, Gabriele Kaiser, Werner Blum, Jill P. Brown (Eds.). *Teaching Mathematical Modeling: Connecting to Research and Practice*. Springer, pp: 573-581.

Verschaffel, L. (2002).Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: promises and pitfalls (plenary lecture). In A.D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26th Conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 1 (pp. 64-80). Norwich, England University of East Anglia.